

Mirko DEJIĆ
Zoran PENEVSKI

URNEBESNA MATEMATIKA



ILUSTROVAO
Dušan Pavlić

■ Laguna ■

SADRŽAJ

Ispekli pa rekli	10
Matematika	13
Matematika nije prirodna nauka	14
U početku nastaje aritmetika i geometrija	15
Nastanak matematičke nauke	16
Matematički problemi nerešeni do danas	18
Katalinova hipoteza	20
Šta će mi matematika u životu?	20
Deset zapovesti do dobrog matematičara	23
I ovo postoji – zove se diskalkulija	24
Testiraj sebe	25
Ajnštajnova formula uspeha	26
Oštar um	27
Doseti se	29
Čudni zadaci – čudni odgovori	31
Pitagorina pouka	33
Peričina hipoteza	33
Veliki brojevi	34
Koliko je to <i>milion</i> ?	36
Životinjska aritmetika	36
Biljna aritmetika	37
Matematičar	37

Euklidova matematika	38
Dva slučaja do čaja	38
Sabiranje i oduzimanje	39
Kakva su ovo skraćivanja razlomaka	40
Svemoćna i nemoćna nula	41
Prvi srpski doktori matematike	48
Prvi doktor matematike na Univerzitetu u Beogradu	49
Prvi srpski profesionalni matematičar	49
Prva srpska aritmetika	50
Prvi i jedini udžbenik za ustaničku školu bio je matematički	50
Prvi srpski bukvar Save Inoka Dečanca	51
Prvi mehanički sat u Moskvi, delo Srbina Lazara Hilandarca	52
Najveći srpski matematičar	52
Matematika je ljubav	53
Tales meri visinu Keopsove piramide	54
Legenda o šahovskoj tabli	55
Smak sveta	56
Udvajanje kocke (delski problem)	57
Šoferska logika	59
Kvadratura kruga	60
Najstariji magični kvadrat	61
Direrov magični kvadrat	62
Antimagični kvadrat	64
Kako da izmeriš kravu?	65
Manje ili veće mandarine	66
Kako do ostrva?	67
Kružni ili kvadratni poklopac?	68
π (PI) magija	68
Izgleda ludo, ali nije	70
Problem	71
Postoji svetski dan broja π	72

Matematičarima ne dodeljuju Nobelovu nagradu	73
Pogrešno je govoriti: „Ovo je velika cifra!“	74
Nije pravilno govoriti arapske cifre i rimski brojevi	74
Voli – ne boli	75
Broj 2.520	75
Matematika na nadgrobnim spomenicima	76
Diofant (III vek)	76
Arhimed (287–212. p. n. e.)	77
Jakob Bernuli (1654–1705)	78
Ludolf van Cojlen (1540–1610)	79
Karl Fridrih Gaus (1777–1855)	79
Matematika = veštičja nauka	80
Religija utiče na formiranje matematičkih pojmova	81
Nula	81
Kombinatorne ideje	82
Zemlja je okrugla jer je centar sveta	83
Vreme je da se izbroji do milijarde	84
Deo po deo	84
Sangaku	85
Zlatni presek (božanstvena proporcija)	85
Zlatni presek i delovi ljudskog tela	87
Leonardov „Vitruvijev čovek“	88
Zaključci	90
Na Pupinovom rendgenskom snimku sreće se božanstvena formula	91
Od zečeva do fibonačijevog niza	92
Suncokret i matematika	93
Pčelinja matematika	94
Brzonogi Ahil i spora kornjača	95
Čudna je ta beskonačnost	96
Lako do proizvoda broja 11 i bilo kog dvocifrenog broja	98
Sleva i zdesna isti broj – numerički palindromi	98
Dokaz da je $2 = 1$	100

Šeherezadin broj	100
Broj 9	102
Prijateljski brojevi	103
Narcisoidni brojevi	104
Savršeni brojevi	105
Defektni brojevi	106
Moć broja 481	107
Andeoski ples broja 37	108
Svim ciframa od 1 do 9 i znacima + i – do 100	108
Još zanimljivosti s brojevima	111
Neobične priče o matematičarima	112
Matematičar koji je postao papa	113
Matematičar koji je simulirao ludilo	114
Treba nekada zakasnuti na čas	115
Genijalni matematičar Pal Erdeš, večiti putnik	116
Matematičar koji je sebe izgladnjivao do smrti	117
Trostruki ubica genijalni matematičar	118
Nesrećni genije Galoa	119
Abel: Kratak život i mnogo genijalnih ostvarenja u matematici	121
Ojler – gigant u stvaralaštvu	122
Matematičar koji tvrdi da mu je Bogorodica diktirala formule	124
Ramanuđanov broj	125
Rasejani Viner	125
Pisac <i>Alise u Zemlji čuda</i> Luis Kerol bio je matematičar	126
Paskalina	127
Gausovo matematičko detinjstvo	129
Elementi	131
Prva žena matematičar	132
Prva žena u Evropi, profesor univerzizeta	133

Matematika kao čarolija u glavi devojčice Marije Sofi Žermen .	135
Srpske matematičarke	136
Švejkova baba	138
Rođendan	139
Iz jednog poteza	140
Paradoks da zaboli glava	141
Paradoks lažova	140
Ko brije berberina?	143
Mebijusova traka	144
Lojdov poni	145
Počeci zapisivanja broja	146
Prsti kao kalkulator	148
Ko je ovde lud?	149
Zaključki logički	151
Rođendan (opet)	152
Rodbinske veze	152
Koliko ima dece u porodici?	153
Susret brodova	154
Zbir cifara	156
Krofrijada	157
Bakterije	158
Istina i laž	159
Godine dece	160
Stare matematičke priče	162
Podela kamila	163
Gde je nestalo 100 dinara?	164
Vuk, koza i kupus	165
Nasledstvo	166
Lukavi Perica	167
Lukava princeza	168
Dva brata	169
Zbir 18	170
<i>O autorima</i>	171

ISPEKLI PA REKLI

Nema pouzdanosti
tamo gde ne može da se
primeni neka matematička
nauka ili neka od onih koje
su na matematici zasnovane.


Leonardo da Vinči (1452–1519)
Italijanski pronalazač, slikar
i matematičar

Nemoguće je biti
matematičar, a da
nisi u duši i pesnik.

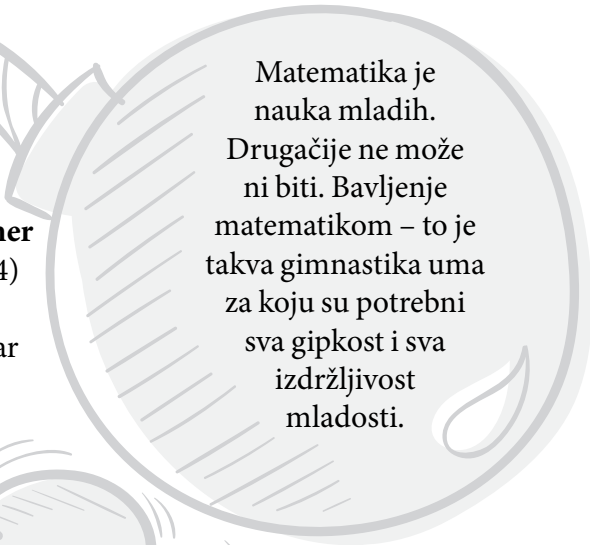
Sofija Kovaljevka (1850–1891)
Ruska matematičarka

**Džejms Džozef
Silvester** (1814–1897)
Engleski matematičar

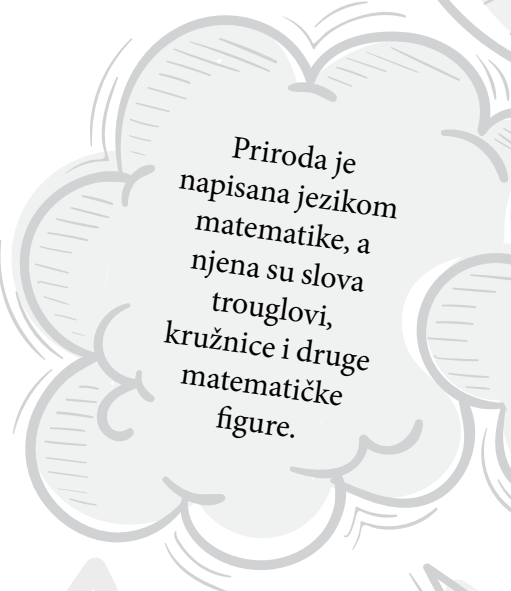
Matematika
je muzika
razuma.



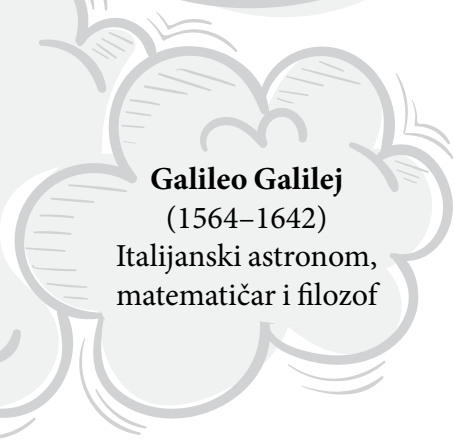
Norbert Viner
(1894–1964)
Američki
matematičar



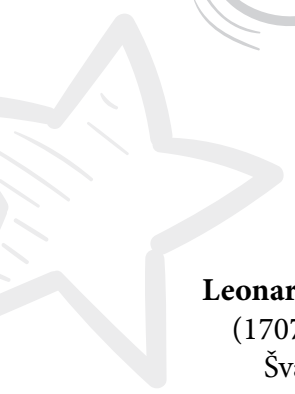
Matematika je
nauka mladih.
Drugačije ne može
ni biti. Bavljenje
matematikom – to je
takva gimnastika uma
za koju su potrebni
sva gipkost i sva
izdržljivost
mladosti.



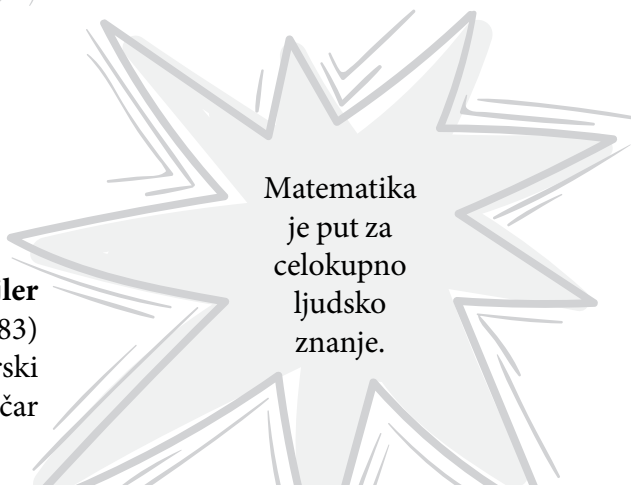
Priroda je
napisana jezikom
matematike, a
njena su slova
trouglovi,
kružnice i druge
matematičke
figure.



Galileo Galilej
(1564–1642)
Italijanski astronom,
matematičar i filozof



Leonard Ojler
(1707–1783)
Švajcarski
matematičar i fizičar



Matematika
je put za
celokupno
ljudsko
znanje.

Bertrand Rasel
(1872–1970)
Britanski filozof
i matematičar

Matematika, kad
je čovek dobro
shvati, sadrži ne
samo istinu, već i
najvišu lepotu.

Bog je stvorio
cele brojeve, svi
ostali su delo
ljudi.

$$\cos(-x) = \cos(x)$$

Leopold Kroneker
(1823–1891)
Nemački matematičar

Ono što ti treba u životu
se uči do četvrtog
razreda. Sve ostalo je
viša(k) matematika.

Perica



MATEMATIKA

Matematika potiče od grčke reči $\mu\alpha\theta\eta\mu\alpha$ – matema (što znači: „nauka, učenje“). Što znači, da nije bilo starih Grka, ne bi ni bilo matematike. Starogrčki matematičar Pitagora i njegovi sledbenici su imali čak četiri mateme (nauke): aritmetiku, muziku, geometriju i astronomiju. Znanja koja su sticali pitagorejci čuvana su kao najstroža tajna i svako ko bi izdao učenje nepitagorejcima bio bi kažnjavao – mnogo gore nego kecom na polugodištu!

MATEMATIKA NIJE PRIRODNA NAUKA

Iako je mnogi svrstavaju u prirodne nauke, matematika to nije jer njeni objekti nisu realni. U realnom svetu ne postoje tačka, prava, broj, ravan, itd. Ali često matematička formula može da se primeni na realne situacije. Ono što matematiku interesuje jeste samo veza između veličina neke pojave, bez obzira na konkretna svojstva tih pojava.



*Realno,
znači, matematička
je ne prirodna
nauka!*

U POČETKU NASTAJE ARITMETIKA I GEOMETRIJA

Predmet izučavanja matematike menjao se iz epohe u epohu. Najpre nastaje aritmetika, ili nauka o brojevima, potom

$$\begin{array}{r} 666 \\ + 999 \\ \hline 666 \end{array}$$



geometrija, da bi se danas došlo do stotinak najrazličitijih oblasti kojima se matematika bavi.

Aritmetika

Naziv potiče od grčke reči *arimos* – broj. Dakle, aritmetika je nauka o brojevima ili veština računanja. Prvobitno, nauka se odnosila samo na cele pozitivne brojeve i njihova

svojstva. Prva štampana knjiga aritmetike izdata je u Italiji 1478, a autor je nepoznat. Naravno, ko bi se potpisao na njoj!

Prva stranica prve štampane
aritmetike (Trevizo, Italija, 1478)

Incomincia una scienza molto bona et utile
a cada budo et a vuole usare larte de la murcha
dama. Et comata vulgarmente larte de labacco.

P Veggo piu e piu volte da alcuni
scuola a mi molto valentissimi: li
quali pretendono a voler volere
fare la murchadama che per loro
amor me piace far a l'alcuna me
no puochete vegli an fructo q'alcbe fondato
cerca larte de arithmetica: et comata vulgarmente
labacco. Unde io confitto per amor tu loro: et
ardio ad volere tu tuti et per ndano a quelle se
gondo la piccola intelligima nel insegnamento
deliberato se non in tuoson parte tante: fari se a
loto. acio che loro v'arsoi vedidero v'ile fructo
erare posseno. In nome tu tuo adoneba: voglio
per principio el tutto ve algoritmo cofi tuco.

Et que cofesebe va la prima origine
hano habuto producmto: et ragione de
numero sono lta formate. Et cofi come fo
mocho va fir cognoscere. Per o ne la cognitione
ve nre le cofogosa a p'ancia e necessaria. Et er
nter nel p'posito mo primo fari lectore et q'no
so fa al p'posito nostro: numero e una moltimo
dine cognoscita cuoro mli m'ada va troje v'ra
nde. et el m'no va no v'ntade. come r. 2. el quale
e lo primo e memore numerusche se tuoco. La v'
mitade e quella cofa: va la quale og ni cofa li tutta
vna. Et egolaro f'ache se troue numeri ve ne
manare. Et primo se el t'ama numero f'ar. Et el
mo numero articulo. Et terzo se chiama numero

Geometrija

Geometrija vodi poreklo još od starih Egipćana. Posle poplava koje bi izazvala reka Nil, Egipćani su morali da premeravaju zemljište koje je bilo u obliku raznih geometrijskih figura. Tako su dolazili do pojma geometrijske figure i njene površine. Znanja koja su sticana na taj način nazivana su geometrijom.



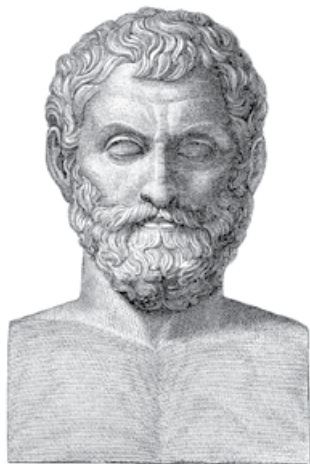
*Kraj duboke reke Nila
geometrija se rodila!*

NASTANAK MATEMATIČKE NAUKE

Matematika kao nauka nastaje na području stare Grčke. Počev od VII veka pre n. e. javljaju se filozofsko-matematičke škole u kojima se začinju prvi radovi zasnovani na

principu naučnog razmišljanja. Jedna od prvih jeste Miletska ili Jonska. Osnivač te škole bio je trgovac, astronom, matematičar i filozof Tales (oko 624 pre n. e. – 546 pre n. e.).

Tales je mnogo putovao, a najviše se zadržavao u Egiptu. Znanja koja su Egipćani posedovali ljubomorno su čuvali egipatski sveštenici. Međutim, Tales je došao do njih budući da su ga Egipćani proglasili za jednog od sedam mudraca, a mudrace su poštovali skoro kao i svoja božanstva. Legenda kaže da su ga proglasili za mudraca zato što im je izmerio visinu Keopsove piramide. Ovo je uspeo koristeći se senkom piramide. Kad se vratio u rodni Milet, osnovao je filozofsku školu. U Talesovim radovima prvi put se u istoriji matema-



tike sreću dokazi teorema. Dokazao je da su uglovi na osnovici jednakokrakog trougla jednaki, da je zbir uglova u svakom trouglu 180 stepeni, da prečnik deli krug na dva jednaka dela, da su uglovi nad prečnikom pravi, itd.

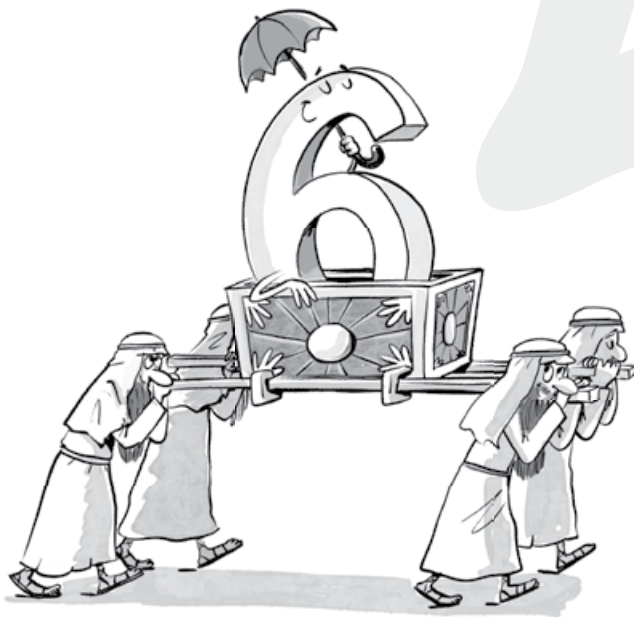


Čekaj, 'oćeš da kažeš da je senka piramide kriva što imam trojku iz matiša? Dobro de, dvojku...

MATEMATIČKI PROBLEMI NEREŠENI DO DANAS

U matematici ima još mnogo do današnjih dana nerešenih problema, koji čekaju svog rešavatelja. A možda si to baš ti!!!

Jedan od problema odnosi se na savršene brojeve. Savršeni brojevi su oni brojevi čiji delioci, kad se saberu, daju taj isti broj. Takvi su na primer brojevi 6 i 28. Delioci broja 6 su 1, 2, 3 i važi: $6 = 1 + 2 + 3$. Slično, delioci broja 28 su 1, 2, 4, 7, 14, i važi $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$. Savršeni brojevi su veoma retki. Tek 1460. godine pronađen je peti savršen broj: 33.550.336. Do danas, uz pomoć kompjuterske tehnike, otkriveno je tek pedesetak savršenih brojeva. Ono što je zajedničko za sve dosad otkrivene savršene brojeve jeste to da su svi parni. **Ali ostaje nerešeno da li su i svi ostali, još neotkriveni, takođe parni.**



Drugi nerešen problem odnosi se takođe na savršene brojeve. Još je zagonetka **da li ovih brojeva ima beskonačno mnogo**.

Sledeći problem odnosi se na proste brojeve. To su brojevi koji su deljivi jedinicom i sami sobom. Primer su brojevi 2, 3, 5, 7, 11, 13... Ono što matematičari pokušavaju da dokažu u poslednja dva veka jeste pitanje – **da li postoji beskonačan broj prostih brojeva blizanaca**. Dva prosta broja su blizanci ako se razlikuju samo za dva, što je najmanja razlika među prostim brojevima. Primeri blizanaca su na primer, parovi prostih brojeva (5, 7) i (17, 19).

I sledeći problem odnosi se na proste brojeve. Problem datira od 1742. godine kada je pruski matematičar Kristijan Goldbah (1690–1764) zapazio da parne brojeve može rastaviti kao zbir dva prosta broja. Na primer, $4 = 2 + 2$, $6 = 3 + 3$, $8 = 3 + 5$, $10 = 5 + 5$, itd. Nerešen problem do danas jeste **da li svaki paran broj veći od dva može da se rastavi na dva prosta broja**. Problem je još poznat i pod imenom Goldbahova hipoteza.

Još jedan problem je tzv. **Patikarska hipoteza** koju je postavio Đura iz Globodera kod Kruševca pre dve godine. Ona glasi: kako da sa 2.000 dinara džeparca kupite nove patike koje koštaju 12.399 dinara?



KATALANOVA HIPOTEZA

Naučnici često postavljaju hipoteze, odnosno pretpostavljaju da je nešto istina, ali još nisu u stanju da to dokažu. Nekada prođu i vekovi dok se neka tvrdnja ne dokaže. Jedna takva je tzv. Katalanova hipoteza, koju je 1844. godine postavio matematičar Ežen Karls Katalan. Hipoteza glasi: Osim $2^3 = 8$ i $3^2 = 9$, nema drugih stepena koji se razlikuju za 1. Tu tvrdnju je tek 2002. godine dokazao rumunski matematičar Preda Mihajlesku i objavio je 2004. godine, dakle tek posle 160 godina od njene postavke.



ŠTA ĆE MI MATEMATIKA U ŽIVOTU?

Zašto učim matematiku? Pitanje je logično i normalno jer većina ne vidi svrhu mnogih sadržaja koji se uče u školi. Ali hajde da sagledamo njene lepe i korisne strane, osim što je zabavno čitati ovu knjigu.

Svaka delatnost kojom se bavimo zahteva poznavanje matematike – Svako, dok je još u školi, ima želju da jednog dana postane pilot, inženjer, profesor, lekar, programer... Zamislimo samo jednog inženjera koji nije u stanju da proračuna maksimalno opterećenje nosećih stubova na mostu. Tada bi se desilo da neki teži kamion sruši most. Bez poznavanja geometrije i proporcija, nemoguće je da neko bude dobar slikar. A mnoge nauke i počivaju na matematici, kao što su: ekonomija, IT industrija, mašinstvo, elektronika, robotika... Zato i svaki mobilni ima kalkulator!

Matematika nas uči da verujemo samo onome što je proverena istina – Kad rešavamo matematičke zadatke ili dokazujemo matematička tvrđenja, mi se učimo da tražimo za istinom i da u nju verujemo tek kad smo ispravno rešili problem. Misliš da matematički ne može da se reši to što te drugarica nije zvala na rođendan? Grešiš...

Matematika nas uči da ispravno mislimo – Čak i da ne primenjujemo znanja koja smo stekli u školi, matematika nas uči da mislimo logički i pravilno. Razvija nam logiku bez koje nećemo moći uspešno da radimo svoj budući posao, bilo čime da se bavimo, a u svakodnevnom životu da razlikujemo istinu od laži, ispravno od neispravnog, itd. Na primer, jednom može neko da te prevari, ali 13^2 -ti put – e, vala, neće moći!

Matematika nas uči da rešavamo probleme – Pri rešavanju matematičkih problema uočavamo šta je dato od podataka, koja je veza među njima, šta se traži. Kad smo shvatili i prihvatili problem, pristupamo njegovom ispravnom rešavanju. Na taj način vežbamo naš um za rešavanje

problema kojih će biti mnogo u svakodnevnom životu. Lakše ćeš odlučiti da li da prvo pojedеш čokoladu pa sarmu ili obrnuto ako dobro postaviš jednačinu.

Matematika nas uči da budemo konkretni i pošteni – Matematička simbolika, fomule i definicije uvek imaju tačno određeno značenje. I samo ako se koriste sa tim

značenjem, dovode do uspeha. Tako će biti i u životu: manje ćemo biti dvosmisleni, a više konkretni! Manje kečeva i dvojki, a više „iz keca u dvojku“ i „iz x u keca“!

Matematika nas uči da vidimo nekoliko koraka dalje – Pri rešavanju zadatka, kao i u igri šaha, moramo da budemo koncentrisani i razmišljamo o nekoliko koraka unapred. To će omogućiti ispravno odabran sledeći korak, koji vodi ka cilju. A cilj je da se ne ode na popravni iz mate...





DESET ZAPOVESTI DO DOBROG MATEMATIČARA

1. Rešavaj zadatak na više načina. *Kad već ne znaš odmah da ga rešiš, budi bar kreativan.*
2. Samostalno rešavaj zadatke. *Ceni vreme svojih roditelja.*
3. Budi istrajan u rešavanju. *Jednu teoremu Pjera de Fermé matematičari su rešavali više od tri veka. E, to se zove gubljenje vremena...*
4. Koristi se prethodnim iskustvom. *Nađi svesku nekog ko je prethodne godine išao u taj razred.*
5. Nauči da prepoznaš zanimljiv zadatak i da uživaš u njegovom rešavanju. *Dakle, kad god vidiš neki zadatak, uživaj u tome što postoji rešenje za njega, i odmah ga pogledaj.*
6. Proveravaj ispravnost urađenog zadatka. *Pogotovo kad radiš kontrolni.*
7. Radi mnogo i uspeh će biti zagarantovan. *Dvojka ti sigurno neće pobeći.*
8. Pokušavaj da samostalno postavljaš probleme. *Ne da ih praviš nego postavljaš! Ima razlike.*
9. Zavoli matematiku. *Bar kao što voliš brokoli...*



Ček, ček, malo,
kako deset kad...

I OVO POSTOJI – ZOVE SE DISKALKULIJA

Neka deca imaju problem pri formiranju matematičkih pojmova, odnosno imaju teškoće sa brojevima, matematičkim relacijama i operacijama. Ovakav problem ima i svoj stručni naziv – zove se *diskalkulija*. Najveći problem deci sa diskalkulijom nastaje kad treba da izvrše računске operacije sa više brojeva, kod složenijih računskih operacija. Ako se, pak, javi totalna nesposobnost usvajanja gradiva iz matematike, onda se takav poremećaj naziva *akalkulija*. Po nekim istraživanjima, smatra se da oko 6% ljudi ima diskalkuliju.





TESTIRAJ SEBE

Odgovori sa **DA** ili sa **NE** na sledeća pitanja:

- Voliš li da rešavaš teške matematičke zadatke? _____
- Tražiš li pomoć pri rešavanju teških matematičkih zadataka? _____
- Ako ne uspeš da rešiš težak zadatak danas, da li se vraćaš njegovom rešavanju sutra? _____



Ako su tvoji odgovori:

DA, NE, DA – onda ovo nije knjiga za tebe.

NE, NE, NE – onda je s tobom sve u redu.

NE, DA, NE – onda ima nade za tebe.

Sve ostale kombinacije – onda radi šta znaš.

AJNŠTAJNOVA FORMULA USPEHA

Formulu uspeha veliki Albert Ajnštajn (1879–1955) piše kao: $a = x - y + z$, gde je a – uspeh, x – rad, y – zabava, z – ćutanje. Kao što vidimo, Ajnštajn ovde naglašava veliki rad kao glavni faktor uspeha. Slično su naglašavali i svi veliki naučnici. Kad su velikog naučnika Isaka Njutna (1643–1727) upitali kako je uspeo da napravi otkrića u astronomiji koja su bila veća od otkrića svih njegovih prethodnika, on je odgovorio: „Jer sam uvek mislio o tome.“



Tebrā,
 $x = y!$